

第1讲 一元二次方程的概念及解法练习

一、一元二次方程的概念

练习

- 下列方程 (1) $-x^2 + 2 = 0$; (2) $2x^2 - 3x = 0$; (3) $-3x^2 = 0$; (4) $x^2 + \frac{1}{x} = 0$; (5) $\frac{x^2 + 3}{2} + 5x = 0$; (6) $2x^2 - 1 = 2(x - 2)(x + 1) + 5x$ 中, 一元二次方程有 () 个.
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 在以下4个方程中① $(a - 3)x^2 = 8(a \neq 3)$, ② $x^2 + y - 8 = 0$, ③ $x^2 + 6x = x(3x - 1)$, ④ $ax^2 + bx + c = 0$ 一定是一元二次方程的有几个 () .
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 方程 $(n - 3)x^{|n|-1} + 3x + 3n = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, $n =$ _____ .
- 如果关于 x 的方程 $(m - 3)x^{m^2-7} - x + 3 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的值为 _____ .
- 已知关于 x 的方程 $(a - 2)x^2 - ax = x^2 - 1$ 是一元二次方程, 求 a 的取值范围.
A. $a \neq 5$ B. $a \neq 3$ C. $a \neq 4$ D. $a \neq 2$
- 若方程 $(m^2 - 1)x^2 + \sqrt{m + 1} \cdot x - 1 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的取值范围是 () .
A. $m \neq \pm 1$ B. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$ C. $m \geq -1$ D. $m > -1$ 且 $m \neq 1$

练习

- 把一个一元二次方程 $(x - \sqrt{3})^2 + (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = x^2$ 化为一般式为 _____ .
- 把关于 x 的一元二次方程 $(2 - n)x^2 - n(3 - x) + 1 = 0$ 化成一般形式为 _____, 二次项系数为 _____, 一次项系数为 _____, 常数项为 _____ .
- 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2a - 1)x + 5 - a = ax + 1$ 的一次项系数为 4, 则 $a^2 - 1 =$ _____ .
- 用换元法解方程 $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x-2}{x} + 3 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x}{x-1} = y$, 那么将原方程变形后表示为关于 y 的一元二次方程一般形式是 _____ .
- 判断下列方程是不是一元二次方程, 如果是, 写出它的一般式中的二次项系数、一次项系数和常数项.
(1) $2x^2 - kx = 1$ (k 为常数) .
(2) $mx^2 - 3x + 2 = 0$ (m 为常数) .
(3) $(a^2 + 1)x^2 + (2a - 1)x + 5 - a = 0$ (a 为常数) .

(4) $3(x-1)^2 = 7(x+1)$.

(5) $x(x+1) = x^2 - 3$.

(6) $x + \frac{1}{x} = 2$.

(7) $2\left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{x} + 2 = 0$.

(8) $x^2 + x + \sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3}x$.

练习

12. 方程 $2x - 4 = 0$ 的解也是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解, 则 m 的值为 ____ .

13. 若关于 x 的一元二次方程为 $ax^2 + bx + 5 = 0$ ($a \neq 0$) 的解是 $x = 1$, 则 $2013 - a - b$ 的值是 () .

A. 2018

B. 2008

C. 2014

D. 2012

14. 若 m 是方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 的一个根, 则 $6m^2 - 9m + 2015$ 的值为 ____ .

15. 若 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两根, 则 $(x_1^2 + x_1 - 2)(x_2^2 + x_2 - 2)$ 的值为 () .

A. 2

B. -2

C. -1

D. 1

16. 关于 x 的方程 $m(x+h)^2 + k = 0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 的解是 $x_1 = -3, x_2 = 2$, 则方程 $m(x+h-3)^2 + k = 0$ 的解是 () .

A. $x_1 = -6, x_2 = -1$

B. $x_1 = 0, x_2 = 5$

C. $x_1 = -3, x_2 = 5$

D. $x_1 = -6, x_2 = 2$

17. 若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中, a, b, c 满足 $a + b + c = 0$ 和 $a - b + c = 0$, 则方程的根是 () .

A. 1, 0

B. -1, 0

C. 1, -1

D. 无法确定

18. 我们知道方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解是 $x_1 = 1, x_2 = -3$, 现给出另一个方程

$(2x+3)^2 + 2(2x+3) - 3 = 0$, 它的解是 () .

A. $x_1 = 1, x_2 = 3$

B. $x_1 = 1, x_2 = -3$

C. $x_1 = -1, x_2 = 3$

D. $x_1 = -1, x_2 = -3$

二、一元二次方程的解法

练习

19. 用适当方法解方程: $(3x-1)^2 = (x+1)^2$.

20. 快速求出下列各式中 x 的值 .

(1) $x^2 = 9$.

(2) $2x^2 - 50 = 0$.

(3) $\frac{1}{3}(5x-1)^2 - 3 = 0$.

(4) $(10 - 0.2x)^2 = 0.64$.

21. 解方程 :

(1) $\left(\frac{2}{3}x + 1\right)^2 = 9$.

(2) $\frac{(2x-1)^2}{3} = 12$.

练习

22. 用配方法解方程 : $9x^2 - 12x = 1$.

23. 用配方法解方程 : $2x^2 + 3x + 1 = 0$.

24. 解下列方程 :

(1) $(x+5)(x+1) = 12$ (用配方法) .

(2) $3x^2 + 8x - 3 = 0$.

25. 已知 $12 < m < 40$, 且关于 x 的二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ 有两个整数根 , 求整数 m () .

A. 20

B. 22

C. 23

D. 24

练习

26. 解下列方程 :

$$4x^2 - 3x = x + 1 .$$

27. 解方程 : $2x^2 - 4x - 5 = 0$. (公式法)

28. 用公式法解方程 .

(1) $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

(2) $2x^2 + 3x - 3 = 0$.

29. 用适当的方法解方程 : $\sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x = 2\sqrt{2}$.

30. 解关于 x 的方程 : $mx^2 - (3m^2 + 2)x + 6m = 0$.

练习

31. 用因式分解法解方程 : $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

32. 解方程 :

(1) $3x^2 + 2x - 5 = 0$

(2) $x(x-1) = 2 - 2x$

33. 用因式分解法解下列方程：

(1) $x^2 + 5x = 0$.

(2) $3x(x - 2) = 2x - 4$.

(3) $16(x - 7)^2 - 9(x + 2)^2 = 0$.

34. 用因式分解法解方程：

(1) $(x - 3)^2 + 4x(x - 3) = 0$.

(2) $(x + 2)(x - 1) = 10$.